CHAPITRE 3 : Circuits linéaires du premier ordre

Ce chapitre concerne l'étude des réponses à un échelon de tension de quelques circuits simples comprenant des condensateurs, des résistances et des bobines (circuit RC série, circuit RL série).

1. Définitions

1.1. Régimes transitoires

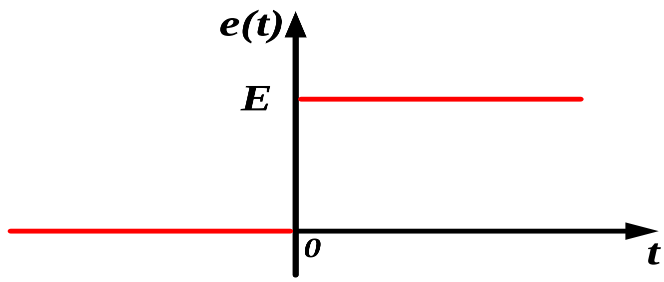
Lorsqu'on ferme un circuit pour le mettre en fonction, les courants et les tensions mettent un certain temps à s'établir. C'est le régime transitoire. Dans ce régime, courants et tensions varient en fonction du temps. Ce régime se situe entre l'instant où aucun courant ne circule dans le circuit et l'instant où le courant devient permanent ou continu (indépendant du temps). L'étude du régime transitoire est régie par des équations différentielles avec second membre lié à l'existence d'une source dans le circuit.

1.2. Echelon de tension

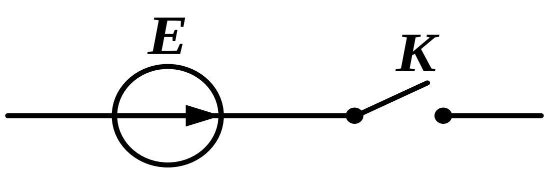
On appelle échelon de tension $e(t)$, un signal électrique nul avant un instant t_0 et de tension constante après cet instant :

$$\boldsymbol{e(t)} = \begin{cases} \mathbf{0} \;\; \boldsymbol{si\, t} < 0 \\ \boldsymbol{E} \;\; \boldsymbol{si\, t} \geq \mathbf{0} \end{cases}$$

La représentation graphique de l'échelon de tension est



L'échelon de tension est réalisé en montant en série une $f.é.m.$ constante E et un interrupteur K que l'on ferme à $t = t_0$



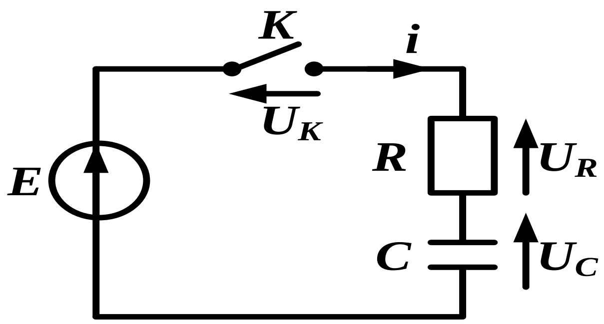
Lorsque l'échelon de tension alimente un circuit, il donne naissance dans ce circuit au régime transitoire appelé aussi **''réponse à l'échelon de tension''**.

2. Circuit RC série

2.1. Charge du condensateur (régime forcé)

2.1.1. Montage expérimental

Pour étudier la charge d'un condensateur de capacité C à travers une résistance R, on réalise le montage suivant :



- un générateur de tension continue de $f.é.m.$ est branché aux bornes du circuit RC ;
- pour $t < 0$, le condensateur est déchargé et l'interrupteur K est ouvert ;
- à l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K : le générateur débite alors un courant dans le circuit.
- Dans ce circuit, i est l'intensité du courant, U_K la tension aux bornes de l'interrupteur, U_C la tension aux bornes du condensateur et U_R la tension aux bornes de la résistance. En convention récepteur on a :

$$\left.\begin{array}{r} U_R = Ri \\ i = \dfrac{dq}{dt} = C\dfrac{dU_C}{dt} \end{array}\right\} \Rightarrow U_R = RC\dfrac{dU_C}{dt}$$

2.1.2. Evolution de la tension U_C

2.1.2.1. Equation différentielle vérifiée par la tension U_C

- Pour $t < 0$, l'interrupteur K est ouvert :

  $$i = 0; \quad U_R = 0; \quad U_C = 0; \quad U_K = E$$

  La tension E aux bornes du générateur de tension se retrouve donc aux bornes de l'interrupteur ouvert K.
- Pour $t \geq 0$, l'interrupteur K est fermé :

$U_K = 0$ (tension aux bornes d'un fil, donc même potentiel). En appliquant la loi des mailles on a :

$$\boldsymbol{U_R + U_C = E}$$

Du fait que $U_R = RC\, dU_C/dt$, on conclut que la tension U_C aux bornes du condensateur d'un circuit RC série soumis à l'échelon de tension E vérifie l'équation différentielle du premier ordre :

$$\boxed{\boldsymbol{RC\frac{dU_C}{dt} + U_C = E}}$$

2.1.2.2. Constante de temps du circuit

On définit la constante de temps τ du circuit RC par le produit :

$$\boxed{\boldsymbol{\tau = RC}}$$

où $\tau\ (s)$; $R\ (\Omega)$; $C\ (F)$.

2.1.2.3. Solution de l'équation différentielle

Il faut résoudre l'équation différentielle :

$$\tau\frac{dU_C}{dt} + U_C = E$$

- **Méthode de résolution mathématique**

  La solution générale de cette équation différentielle est la somme :

  - de la solution générale u_1 de l'équation sans second membre :

  $$\tau\frac{du_1}{dt} + u_1 = 0$$

  - d'une solution particulière u_2 constante avec second membre

  $$\tau\frac{du_2}{dt} + u_2 = E$$

- **Solution particulière constante**

  Puisque u_2 est constant, il vient :

  $$\boldsymbol{\frac{du_2}{dt} = 0 \Longrightarrow u_2 = E}$$

- **Solution de l'équation sans second membre**

  On cherche une solution de l'équation sans second membre sous la forme :

  $$\boldsymbol{u_1 = Ae^{rt}}$$

  où A est une constante et r un réel.

L'équation sans second membre s'écrit alors :

$$\frac{du_1}{dt} = Are^{rt} = ru_1 \quad \Rightarrow \quad \tau ru_1 + u_1 = 0$$

En simplifiant par u_1 on obtient :

$$\tau r + 1 = 0 \;\Rightarrow\; r = -\frac{1}{\tau}$$

La solution générale de l'équation sans second membre est donc :

$$\boldsymbol{u_1 = Ae^{-\frac{t}{\tau}}}$$

- **Solution générale**

La solution générale de l'équation différentielle est donc :

$$\boldsymbol{U_C = u_1 + u_2 \;\Rightarrow\; U_C = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + E}$$

- **Application des conditions de continuité**

  La tension U_C aux bornes du condensateur est continue. À l'instant $t = 0$, la condition initiale sur la tension s'écrit $U_C(t = 0) = 0$. Il vient donc :

$$0 = A + E \quad \Rightarrow \quad A = -E$$

La tension U_C aux bornes du condensateur d'un circuit RC série soumis à l'échelon de tension E a pour expression :

$$\boxed{\boldsymbol{U_C = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}}$$

2.1.3.Evolution de l'intensité *i*

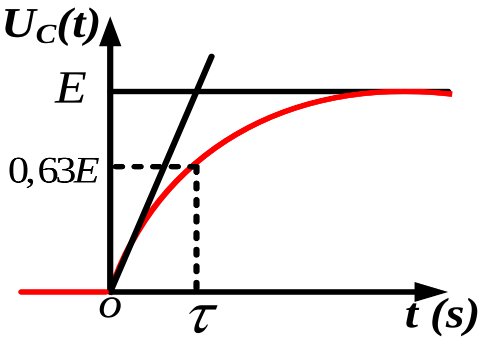
L'intensité i du courant est proportionnelle à la dérivée de la tension U_C aux bornes du condensateur :

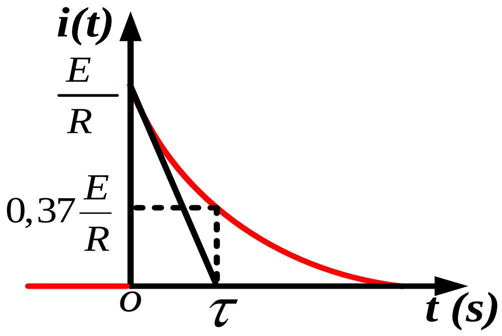
$$\boxed{\boldsymbol{i = C\frac{dU_C}{dt} \;\Rightarrow\; i = \frac{CE}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}}}$$

L'intensité i du courant est maximale à la fermeture de l'interrupteur K $(t = 0)$. Pendant la charge du condensateur, elle décroit avec le temps ; lorsque le condensateur est chargé $(t \to \infty)$, il se comporte comme un interrupteur ouvert.

2.1.4.Représentation graphique

Les courbes d'évolution de la tension et de l'intensité sont représentées comme suit :

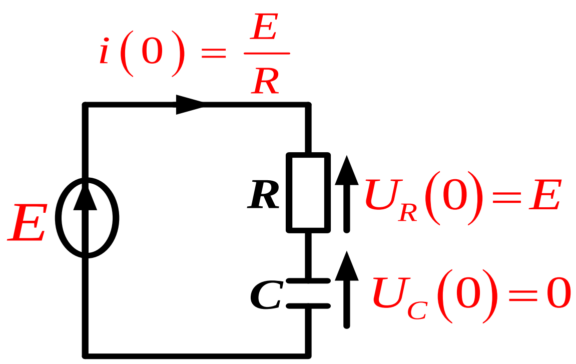


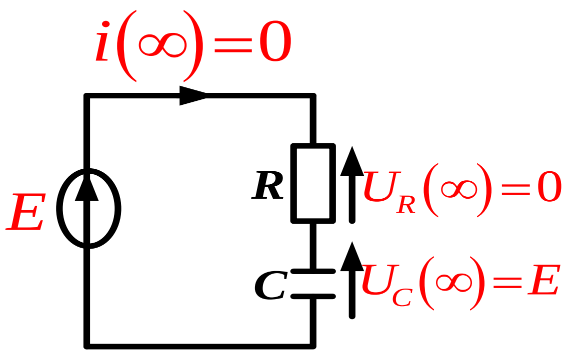


D'après ces courbes on observe :

- la tension U_C aux bornes du condensateur est continue ;
- l'intensité i du courant subit une discontinuité lors de la fermeture de l'interrupteur $(t = 0)$;
- pour les deux courbes, la tangente à l'origine des temps coupe l'axe asymptote au point d'abscisse $t = \tau$;
- $0{,}63\ E = 63\%\ E$ correspond à $t = \tau$;
- la charge du condensateur correspond à un régime transitoire (le courant dans le circuit varie) ;
- lorsque le condensateur est chargé $(t \to \infty)$, le régime permanent est atteint (le courant dans le circuit est constant). On a alors $U_C = E$ et $i = 0$;

L'état du circuit quand $\boldsymbol{t = 0}$ et quand $\boldsymbol{t} \to \infty$ est ainsi représenté :





2.1.5.Bilan énergétique

Lors de la charge du condensateur, on a :

$$E = U_R + U_C = Ri + U_C$$

Pour obtenir des puissances, on multiplie par i :

$$\boldsymbol{Ei = Ri^2 + CU_C\frac{dU_C}{dt} = Ri^2 + \frac{d(\frac{1}{2}CU_C^2)}{dt}}$$

- ✓ Ei : Puissance P_g positive fournie par le générateur de tension ;
- ✓ Ri^2 : Puissance P_j positive reçue par la résistance et dissipée par effet joule ;
- ✓ $d(\frac{1}{2}CU_C^2)/dt$: Puissance positive reçue par le condensateur et emmagasinée dans la capacité C sous forme électrostatique.

On constate que la puissance électrique fournie par le générateur est dissipée par effet joule dans la résistance et sert à augmenter l'énergie du condensateur.

- Soit W_g l'énergie électrique fournie par le générateur entre l'instant $t = 0$ et l'instant t. On a :

$$W_g = \int_0^t Ei\,dt = \frac{E^2}{R}\int_0^t e^{-\frac{t}{\tau}}\,dt = \frac{E^2}{R} \times RC\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = CE^2\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Lorsque le condensateur est chargé ($t \to \infty$), il vient :

$$\boxed{W_g = CE^2}$$

- Soit W_J l'énergie dissipée par effet joule dans la résistance R entre l'instant $t = 0$ et l'instant t. On a :

$$W_J = \int_0^t Ri^2\,dt = \frac{E^2}{R}\int_0^t e^{-\frac{2t}{\tau}}\,dt = \frac{E^2}{R} \times \frac{RC}{2}\left(1 - e^{-\frac{2t}{\tau}}\right) = \frac{1}{2}CE^2\left(1 - e^{-\frac{2t}{\tau}}\right)$$

Lorsque le condensateur est chargé ($t \to \infty$), il vient :

$$\boxed{W_J = \frac{1}{2}CE^2}$$

- Soit W_C l'énergie emmagasinée dans la capacité C entre l'instant $t = 0$ et l'instant t. On a :

$$W_C = \int_0^t \frac{d(\frac{1}{2}CU_C^2)}{dt}\,dt = \int_0^t d(\frac{1}{2}CU_C^2) = \frac{1}{2}CU_C^2 = \frac{1}{2}CE^2\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2$$

Lorsque le condensateur est chargé ($t \to \infty$), il vient :

$$\boxed{W_C = \frac{1}{2}CE^2}$$

On constate que :

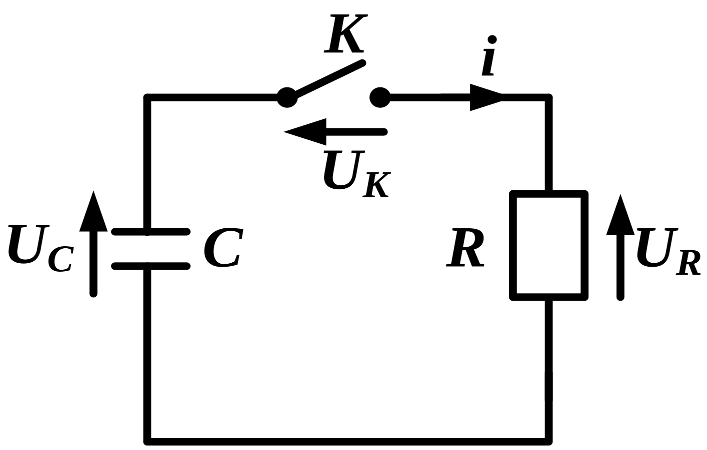
$$W_g = W_J + W_C = \frac{1}{2}CE^2 + \frac{1}{2}CE^2$$

On conclut finalement qu'au cours de la charge la moitié de l'énergie électrique fournie par le générateur est dissipée par effet joule dans la résistance et l'autre moitié est emmagasinée sous forme électrostatique dans le condensateur.

2.2. Décharge du condensateur (régime libre)

2.2.1.Montage expérimental

Pour étudier la décharge d'un condensateur de capacité C à travers une résistance R, on réalise le montage suivant :



- Le condensateur a été chargé sous la tension E constante ;
- Pour $t < 0$, la tension aux bornes du condensateur chargé est égale à E et l'interrupteur K est ouvert ;
- à l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K ;
- Dans ce circuit, i est l'intensité du courant, U_K la tension aux bornes de l'interrupteur, U_C la tension aux bornes du condensateur et U_R la tension aux bornes de la résistance. En convention récepteur on a :

$$\left.\begin{aligned} U_R &= Ri \\ i = \frac{dq}{dt} &= -C\frac{dU_C}{dt} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad U_R = -RC\frac{dU_C}{dt}$$

2.2.2.Evolution de la tension U_C

2.2.2.1. Equation différentielle vérifiée par la tension U_C

- Pour $t < 0$, l'interrupteur K est ouvert :

$$i = 0; \quad U_R = 0; \quad U_C = E; \quad U_K = E$$

La tension E aux bornes du condensateur se retrouve donc aux bornes de l'interrupteur ouvert K.

- Pour $t \geq 0$, l'interrupteur K est fermé :

  $U_K = 0$ (tension aux bornes d'un fil donc même potentiel). En appliquant la loi des mailles on a :

  $$U_C - U_R = 0$$

  Du fait que $U_R = -RC\, dU_C/dt$, on conclut que la tension U_C aux bornes du condensateur de capacité C se déchargeant dans une résistance R vérifie l'équation différentielle du premier ordre :

  $$\boxed{\boldsymbol{RC\frac{dU_C}{dt} + U_C = \tau\frac{dU_C}{dt} + U_C = 0}}$$

La constante de temps du circuit RC étant encore égale à $\tau = RC$.

Le second membre de l'équation différentielle étant nul, la solution générale de l'équation différentielle est :

$$U_C = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

où A est une constante.

À l'instant $t = 0$, la condition initiale sur la tension s'écrit $U_C(t = 0) = E$. Il vient donc :

$$A = E$$

La tension U_C aux bornes du condensateur de capacité C se déchargeant dans une résistance R a pour expression :

$$\boxed{\boldsymbol{U_C = Ee^{-\frac{t}{\tau}}}}$$

2.2.3.Evolution de l'intensité *i*

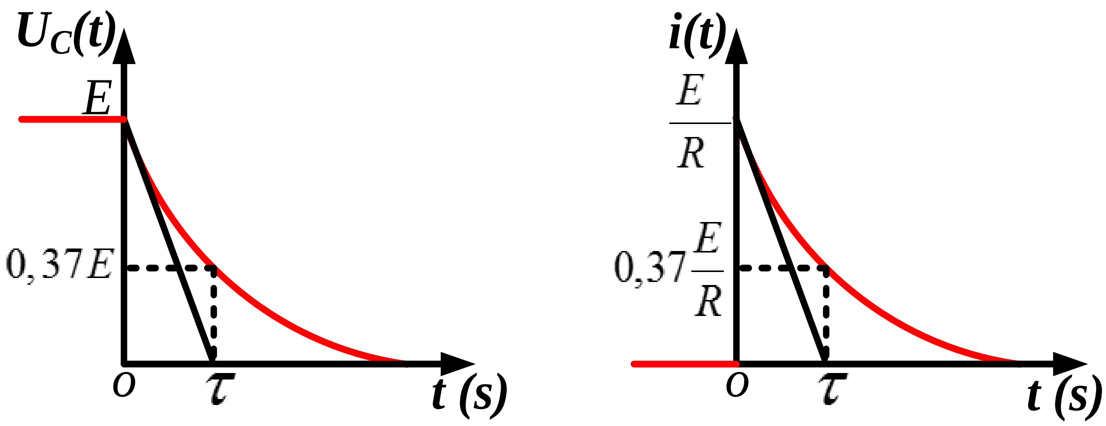
L'intensité i du courant est proportionnelle à la dérivée de la tension U_C aux bornes du condensateur :

$$i = -C\frac{dU_C}{dt} \Longrightarrow i = \frac{CE}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

La décroissance de l'intensité est la même lors de la charge et lors de la décharge du condensateur.

2.2.4.Représentation graphique

Les courbes d'évolution de la tension et de l'intensité sont représentées comme suit :



D'après ces courbes on observe :

- La tension U_C aux bornes du condensateur est continue.
- L'intensité i du courant subit une discontinuité lors de la fermeture de l'interrupteur $(t = 0)$.
- Pour les deux courbes, la tangente à l'origine des temps coupe l'axe asymptote au point d'abscisse $t = \tau$.
- La décharge du condensateur correspond à un régime transitoire (le courant dans le circuit varie).
- Lorsque le régime permanent est atteint. On a alors $U_C = 0 \;\; et \; i = 0$.

2.2.5.Bilan énergétique

Lors de la décharge du condensateur, on a :

$$U_C = U_R = Ri$$

Pour obtenir des puissances, on multiplie par i :

$$U_C i = -\frac{d(\frac{1}{2}CU_C^2)}{dt} = Ri^2$$

- ✓ $-d(\frac{1}{2}CU_C^2)/dt$: Puissance positive fournie par le condensateur
- ✓ Ri^2 : Puissance P_j positive reçue par la résistance et dissipée par effet joule

On constate que la puissance fournie par le condensateur correspond à une diminution de l'énergie électrostatique emmagasinée. Elle est dissipée par effet joule dans la résistance.

- Soit W_J l'énergie dissipée par effet joule dans la résistance R entre l'instant $t = 0$ et l'instant t. On a :

$$W_J = \int_0^t Ri^2\,dt = \frac{E^2}{R}\int_0^t e^{-\frac{2t}{\tau}}\,dt = \frac{E^2}{R}\times\frac{RC}{2}\left(1-e^{-\frac{2t}{\tau}}\right) = \frac{1}{2}CE^2\left(1-e^{-\frac{2t}{\tau}}\right)$$

Lorsque le condensateur est déchargé ($t \to \infty$), il vient :

$$\boxed{\boldsymbol{W_J = \frac{1}{2}CE^2}}$$

- Soit W_C l'énergie emmagasinée dans la capacité C entre l'instant $t = 0$ et l'instant t. On a :

$$W_C = \int_0^t \frac{d(\frac{1}{2}CU_C^2)}{dt}\,dt = \int_0^t d(\frac{1}{2}CU_C^2) = \frac{1}{2}CU_C^2$$

Lorsque le condensateur est déchargé ($U_C = 0$), il vient :

$$\boxed{\boldsymbol{W_C = 0}}$$

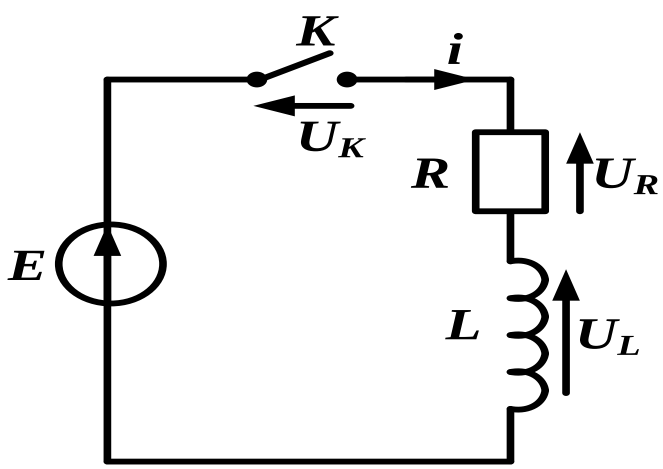
On conclut finalement qu'au cours de la décharge, l'énergie électrostatique initialement emmagasinée dans le condensateur est entièrement dissipée par effet joule dans la résistance.

3. Circuit *RL* série

3.1. Etablissement du courant dans la bobine

3.1.1.Montage expérimental

Pour étudier l'établissement d'un courant dans une bobine d'inductance L à travers une résistance R, on réalise le montage suivant :



- un générateur de tension continue de $f.é.m$ est branché aux bornes du circuit RL ;
- pour $t < 0$, l'interrupteur K est ouvert ;

- à l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K : le générateur débite alors un courant dans le circuit.
- dans ce circuit i est l'intensité du courant, U_K la tension aux bornes de l'interrupteur, U_L la tension aux bornes de l'inductance et U_R la tension aux bornes de la résistance. En convention récepteur on a :

$$U_R = Ri \text{ et } U_L = L\frac{di}{dt}$$

3.1.2. Evolution de l'intensité *i*

3.1.2.1. Equation différentielle vérifiée par l'intensité *i*

- Pour $t < 0$, l'interrupteur K est ouvert :

$$i = 0; \quad U_R = 0; \quad U_L = 0; \quad U_K = E$$

La tension E aux bornes du générateur de tension se retrouve donc aux bornes de l'interrupteur ouvert K.

- Pour $t \geq 0$, l'interrupteur K est fermé :

$U_K = 0$ (tension aux bornes d'un fil donc même potentiel). En appliquant la loi des mailles on a :

$$U_R + U_L = E$$

Du fait que $U_L = L\,di/dt$ on conclut l'intensité i traversant un circuit RL série soumis à l'échelon de tension E vérifie l'équation différentielle du premier ordre :

$$\boxed{\frac{L}{R}\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R}}$$

3.1.2.2. Constante de temps du circuit

On définit la constante de temps τ du circuit RL par le produit :

$$\boxed{\tau = \frac{L}{R}}$$

$\tau\ (s);\ R\ (\Omega);\ L\ (H)$

3.1.2.3. Solution de l'équation différentielle

En procédant de la même manière que dans le cas du circuit RC, la solution générale de l'équation différentielle est :

$$i = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R}$$

- **Application des conditions de continuité**

  L'intensité i du courant dans l'inductance est continue. A l'instant $t = 0$, la condition initiale sur l'intensité s'écrit $i(t = 0) = 0$. Il vient donc :

$$0 = A + \frac{E}{R} \Rightarrow A = -\frac{E}{R}$$

L'intensité i du courant traversant un circuit RL série soumis à l'échelon de tension E a pour expression :

$$\boxed{i = \frac{E}{R}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$$

3.1.3.Evolution de la tension U_L

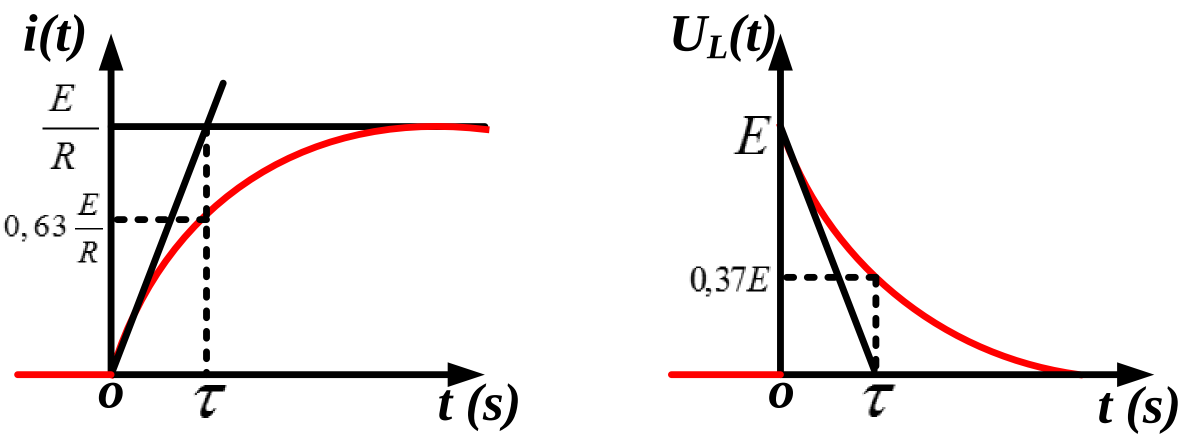
La tension U_L aux bornes de l'inductance L est proportionnelle à la dérivée de l'intensité i du courant:

$$U_L = L\frac{di}{dt} \Rightarrow U_L = \frac{LE}{R\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

La tension U_L aux bornes de l'inductance L est maximale à la fermeture de l'interrupteur K $(t = 0)$. Pendant l'établissement du courant, elle décroit avec le temps ; lorsque le courant est établi, l'inductance se comporte comme un fil.

3.1.4.Représentation graphique

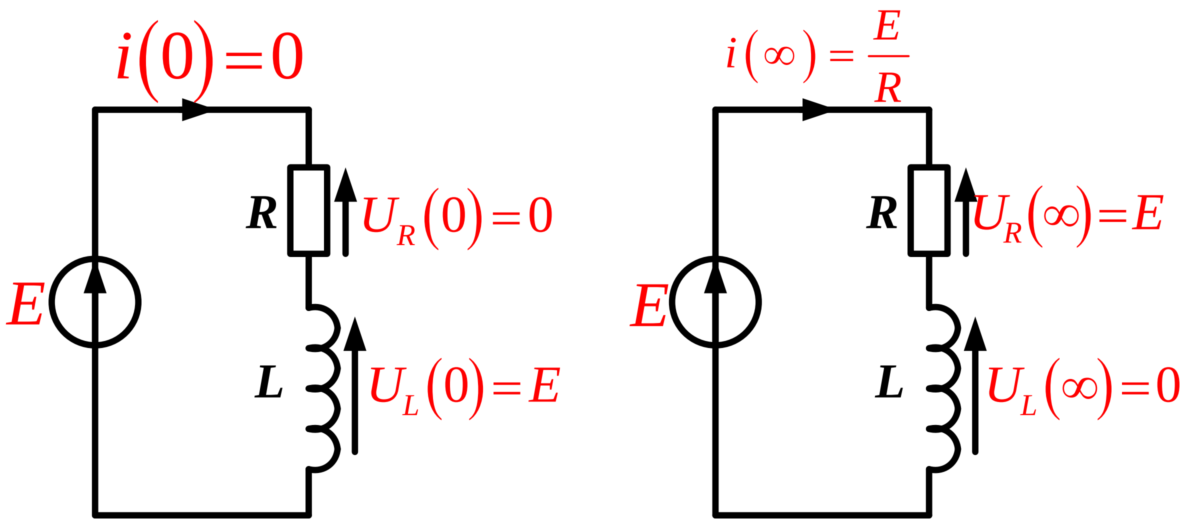
Les courbes d'évolution de l'intensité et de la tension sont représentées comme suit :



D'après ces courbes on observe :

- L'intensité i du courant dans l'inductance est continue
- La tension U_L aux bornes de l'inductance L subit une discontinuité lors de la fermeture de l'interrupteur $(t = 0)$.

- Pour les deux courbes, la tangente à l'origine des temps coupe l'axe asymptote au point d'abscisse $t = \tau$.
- L'établissement du courant correspond à un régime transitoire
- Lorsque le régime permanent est atteint (le courant dans le circuit est constant). On a alors $i = E/R$ et $U_L = 0$.



3.1.5.Bilan énergétique

Lors de l'établissement du courant, en appliquant la loi des mailles, on a :

$$E = U_R + U_L = Ri + L\frac{di}{dt}$$

Pour obtenir des puissances, on multiplie par i :

$$Ei = Ri^2 + Li\frac{di}{dt} = Ri^2 + \frac{d(\frac{1}{2}Li^2)}{dt}$$

- ✓ Ei : Puissance P_g positive fournie par le générateur de tension
- ✓ Ri^2 : Puissance P_j positive reçue par la résistance et dissipée par effet joule
- ✓ $d(\frac{1}{2}Li^2)/dt$: Puissance positive reçue par la bobine et emmagasinée dans la bobine L sous forme magnétique.

On constate que la puissance électrique fournie par le générateur est dissipée par effet joule dans la résistance et sert à augmenter l'énergie de la bobine :

$$P_g = P_j + \frac{dE_{mag}}{dt}$$

- Quand le courant est établi, l'intensité dans le circuit est $i(\infty) = E/R$. En régime permanent, l'énergie magnétique emmagasinée dans la bobine n'augmente plus :

$$E_{mag} = \frac{1}{2}L\left(\frac{E}{R}\right)^2 = cte \Longrightarrow \frac{dE_{mag}}{dt} = 0$$

Il vient :

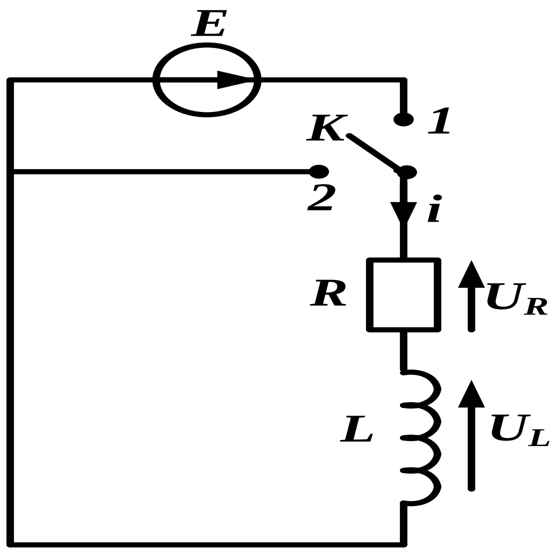
$$\boxed{P_g = P_j = Ri^2 = R\,i(\infty)^2 = \frac{E^2}{R}}$$

On conclut finalement que lorsque le courant est établi, l'énergie magnétique emmagasinée dans la bobine reste constante. L'énergie électrique fournie par le générateur est alors entièrement dissipée par effet joule dans la résistance.

3.2. Arrêt du courant dans la bobine

3.2.1. Montage expérimental

Pour étudier l'arrêt du courant lors de la fermeture d'un circuit dans une bobine d'inductance L à travers une résistance R, on réalise le montage suivant:



- un générateur de tension continue de $f.é.m$ branché aux bornes du circuit RL a permis d'établir un courant permanent d'intensité positive ;
- pour $t < 0$, l'interrupteur K relie le circuit RL au générateur (position 1);
- à l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K en position 2 : le circuit RL est alors en court-circuit.
- dans ce circuit i est l'intensité du courant, U_L la tension aux bornes de l'inductance et U_R la tension aux bornes de la résistance. En convention récepteur on a :

$$U_R = Ri \quad et \quad U_L = L\frac{di}{dt}$$

3.2.2. Evolution de l'intensité *i*

3.2.2.1. Equation différentielle vérifiée par l'intensité *i*

- Pour $t < 0$, l'interrupteur K est en position 1 :

$$i = \frac{E}{R}; \quad U_R = E; \quad U_L = 0;$$

- Pour $t \geq 0$, l'interrupteur K est fermé :

  $U_K = 0$ (tension aux bornes d'un fil donc même potentiel). En appliquant la loi des mailles on a :

$$U_R + U_L = 0$$

  Du fait que $U_L = L\,di/dt$ on conclut l'intensité i traversant un circuit RL série en court-circuit vérifie l'équation différentielle du premier ordre :

$$\boxed{\frac{L}{R}\frac{di}{dt} + i = 0}$$

3.2.2.2. Solution de l'équation différentielle

En procédant de la même manière que dans le cas du circuit RC, la solution générale de l'équation différentielle est :

$$i = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

- **Application des conditions de continuité**

  L'intensité i du courant dans l'inductance est continue. A l'instant $= 0$, la condition initiale sur l'intensité s'écrit $i(t = 0) = E/R$. Il vient donc :

$$A = \frac{E}{R}$$

L'intensité i du courant traversant un circuit RL série en court-circuit a pour expression :

$$\boxed{i = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

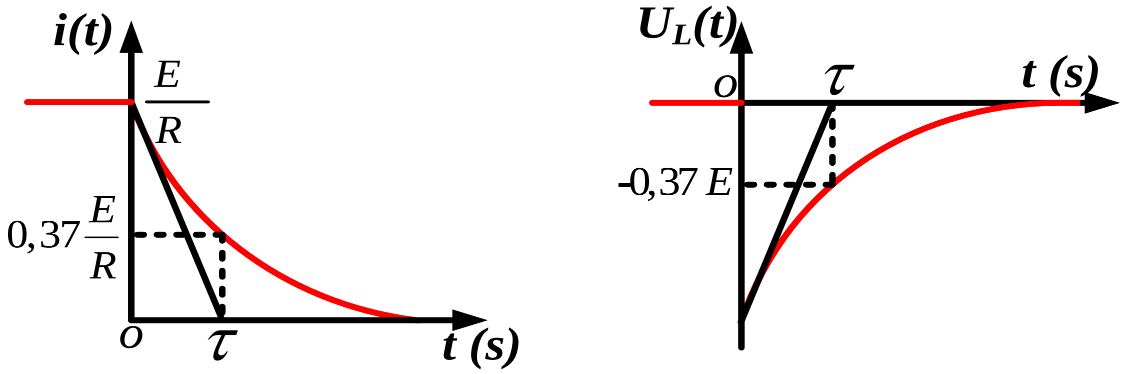
3.2.3. Evolution de la tension U_L

La tension U_L aux bornes de l'inductance L est proportionnelle à la dérivée de l'intensité i du courant:

$$U_L = L\frac{di}{dt} \Longrightarrow U_L = -\frac{LE}{R\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = -Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

3.2.4. Représentation graphique

Les courbes d'évolution de l'intensité et de la tension sont représentées comme suit :



D'après ces courbes on observe :

- L'intensité i du courant dans l'inductance est continue
- La tension U_L aux bornes de l'inductance L subit une discontinuité lors de la fermeture de l'interrupteur ($t = 0$).
- Pour les deux courbes, la tangente à l'origine des temps coupe l'axe asymptote au point d'abscisse $t = \tau$.
- L'arrêt du courant correspond à un régime transitoire
- Lorsque le régime permanent est atteint (le courant dans le circuit est constant). On a alors $i = 0$ et $U_L = 0$.

3.2.5.Bilan énergétique

Lors de l'établissement du courant, en appliquant la loi des mailles, on a :

$$0 = U_R + U_L = Ri + L\frac{di}{dt}$$

Pour obtenir des puissances, on multiplie par i :

$$0 = Ri^2 + Li\frac{di}{dt} \Rightarrow Ri^2 = -\frac{d(\frac{1}{2}Li^2)}{dt}$$

- ✓ Ri^2 : Puissance P_j positive reçue par la résistance et dissipée par effet joule
- ✓ $-d(\frac{1}{2}Li^2)/dt$: Puissance positive fournie par la bobine

La puissance fournie par la bobine correspond à une diminution de l'énergie magnétique emmagasinée. Elle est dissipée par effet joule dans la résistance:

$$\boldsymbol{P_j = -\frac{dE_{mag}}{dt}}$$

Au cours de l'arrêt du courant, l'énergie magnétique E_{mag} initialement emmagasinée dans la bobine est entièrement dissipée par effet joule dans la résistance.

4. Analyse d'un portrait de phase

Dans l'analyse d'un système obéissant à une équation différentielle, il est possible d'en prévoir l'évolution graphiquement à partir du portrait de phase. Dans le cas des circuits linéaires du premier ordre, ce portrait de phase est le graphe :

$$\left(u, \frac{du}{dt}\right) \quad \text{ou} \quad \left(i, \frac{di}{dt}\right)$$

- **Exercice d'application**

On considère la charge et la décharge d'un condensateur à travers un conducteur ohmique de résistance R. Le générateur de tension utilisé pour la charge délivre une tension E.

Déterminer les courbes représentatives du portrait de phase pendant la charge et la décharge. On tracera ces courbes pour deux valeurs de la constante de temps τ_1 et τ_2 avec $\tau_1 < \tau_2$. Commenter.